

# 数学的リテラシーの観点から 高大接続と大学入試を考える

大阪府立大学 学長補佐・高等教育推進機構副機構長  
高橋 哲也



高等教育フォーラム2016  
2016.8.6 メルパルク京都

# 発表者紹介

何故、此処に立っているかというと

- 日本数学会教育委員会委員長
- 日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会委員
- 大学教育学会課題研究「学士課程教育における共通教育の質保証」代表者  
サブテーマ2「数理科学分野の質保証」統括者
- 教育GP「学士課程教育における数学力育成」代表者

# 概要

- 数学的リテラシー
- 数学教育の中等教育段階での現状
- 大学数学教育の現状
- 高大接続システム改革会議最終答申
- 大阪府立大学の取り組み

数学的リテラシー

# 数学的リテラシー

- 数学的リテラシーとは、「様々な文脈の中で定式化し、数学を適用し、解釈する個人の能力であり、数学的に推論し、数学的な概念・手順・事実・ツールを使って事象を記述し、説明し、予測する力を含む。」（PISA 2012）
- リテラシーというからには、みんなが持つべき能力（汎用的技能）数学（数理科学）の活用に重点がおかれている
- 数学の問題を解ける能力は数学的リテラシーとは関係はあるがイコールではない。
- 義務教育段階はともかく高校段階では「数学的リテラシー」を身に付ける教育が十分に行われる状況ではない。

# 数学的リテラシー

- ・日本の成人すべてが持っていてほしい「市民」の数学リテラシー像
- ・「数学とは」（第1章）  
数学の基礎は数と図形である。  
数学は抽象化した概念を論理によって体系化する  
数学は抽象と論理を重視する記述言語である  
数学は普遍的な構造（数理モデル）の学として諸科学に開かれている
- ・「数学の世界A：数学の対象と主要概念」（第2章）  
数量、図形、変化と関係、データと確からしさ
- ・「数学の世界B：数学の方法」（第3章）  
言語としての数学、問題解決・知識体系の構築としての数学の方法

# 数学から数理科学へ

- 数理科学（Mathematical Science）は数学と関連する学問分野の名称であり、大きく分けると、数学（Mathematics）、統計学（Statistics）、応用数理（Industrial and Applied Mathematics）の三分野と、数学史や数学教育などの他分野との境界分野からなっている。
- 数理科学を学習した者には、次のようなジェネリックスキルが身に付く。
  - 世の中に氾濫する数字に対して、本質を見抜き、数字を批判的にとらえる思考力と感覚が身に付く。このことは統計学を学修した場合に顕著である。
  - 問題を整理分析し、その本質を見極めようとする態度が身に付き、習慣や因習に隠された諸前提や、推論に含まれる問題点を見出す力が身に付く。
  - 抽象的思考に強く、物の本質をとらえようとする態度が身に付き、既存の事柄を一般化したり類推したりして、新しい局面を切り拓く能力が身に付く。
  - 論理展開の訓練から、物事を簡潔に表現し、物事を的確に説明する能力が身に付く。反例を挙げたり、反証したりして、誤りを明確に指摘する能力も身に付く。
  - 未知の問題に積極的に立ち向かい、冷静に分析し対処していく態度が身に付く。

『報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参考基準 数理科学分野』  
日本学術会議数理科学委員会(2013)より

# 数学的リテラシーが何故重要か

- ・数学はそもそも問題解決のためのツール
- ・データを扱うための基本言語としての意味合い
- ・高校以降の数学が理系のためのものという誤った認識
- ・21世紀（知識基盤社会）で、データの重要性が高まる。
- ・数学的に考えることは日常生活でも重要。定義を明確にし、論理的に帰結することは何かと考える習慣は役に立つ（個人的に日々実感）
- ・この状況に高校・大学の教育が対応できていない

高大接続システム改革会議 「最終報告」  
(平成28年3月31日) より

# 答申（抜粋）

- ・高等学校においては、小・中学校に比べ知識伝達型の授業に留まる傾向があり、学力の三要素を踏まえた指導が浸透していないことである。
- ・一般入試においては、知識の再現を一点刻みに、一斉かつ画一的に実施されるペーパーテストの結果で問う評価から転換し切れていないこと、またAO入試、推薦入試の多くが本来の趣旨・目的に沿ったものとなっておらず、単なる入学者数確保の手段となってしまっていることなど、現行の多くの大学入学者選抜における学力評価が、学力の三要素と対応したものとなっていないことが大きく影響していると考えられる。

学力の三要素・・・「基礎的な知識及び技能」「それらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力等の能力」「主体的に学習に取り組む態度」

## 経緯（1）

- 2012.8.28 「大学入学者選抜の改善をはじめとする高等学校教育と大学教育の円滑な接続と連携の強化の方策について」 中教審へ諮問（民主党政権時代）
- 2012.9～2014.10 中教審高大接続特別部会（計21回開催）で審議
- 一方、教育再生実行会議（内閣府に置かれる）第9回～第14回（2013.6.6～2013.10.31）（高大接続特別部会と並行する形で討議）第4次提言「高等学校教育と大学教育との接続・大学入学者選抜の在り方について」が出る（この間、高大接続部会中断）
- 2014.12.22 中教審「新しい時代にふさわしい高大接続の実現に向けた高等学校教育、大学教育、大学入学者選抜の一体的改革について」（答申）が出る
- 中教審答申を受けて、高大接続システム改革会議の最終報告がようやく2016.3.31にまとまる（政権交代もあり3年半の年月がかかった）

## 経緯（2）

- 何故、高大の一体改革か？
  - 求められる能力像の変化  
将来の予測が困難な時代に対応できる能力（知識・技能以外の能力）
  - 義務教育段階はかなりうまくいっているが、高校、大学には大きな課題があるという認識
- 1990年代後半以降、ずっと課題とはなっていた
- 入試が常に改革を阻害という認識

# 最終答申から（課題認識）

- ・高等学校においては、小・中学校に比べ知識伝達型の授業に留とどまる傾向があり、学力の三要素を踏まえた指導が浸透していないことである。ここには、一般入試においては、一斉かつ画一的な条件で実施される試験で、あらかじめ設定された正答に関する知識の再生を一点刻みに問い合わせ、その結果の点数で選抜する評価から転換し切れていないこと、またAO入試、推薦入試の多くが本来の趣旨・目的に沿ったものとなっておらず、単なる入学者数確保の手段となってしまっていることなど、現行の多くの大学入学者選抜における学力評価が、学力の三要素に対応したものとなっていないことが大きく影響していると考えられる。

- 大学教育については、我が国の大學生の学修時間は米国と比べて依然として短く、特に社会科学系において学修時間が短い傾向が顕著である。授業の形態についても、一方的な知識の伝達・注入のみに留まるものが多く見受けられる。こうした現状について、大学教育において学生にどれだけの付加価値を付けて社会に送り出せているかという観点からは、依然として社会からの厳しい評価があり、国民、とりわけ学生や経済界は、大学教育の現状に満足しているとは言い難い。さらに、大学教育の場が、多様な学生が切磋琢磨する環境となっておらず、また、自分が将来社会で活動することと大学で受ける教育がどのように関係しているのか、明確でないことが多い。その結果、主体性を磨くことなく、自ら目標を持ってそれを実現していく力を身に付けないまま、社会に出る学生も多い。

# 改革の概要（高校教育）

- 教育内容の見直し ⇒ 次期高等学校学習指導要領の改訂など  
育成すべき資質・能力を踏まえた,教科・科目等の見直し
- 学習・指導方法の改善と教員の指導力向上 ⇒ 教員の養成・採用・研修の見直しなど
- 多面的な評価の推進 ⇒ 学習評価の改善  
学習評価の在り方や指導要録を改善  
多様な学習成果を測定するツールの充実
- 生徒の基礎学力の確実な習得=>高等学校基礎学力テスト(仮称)の導入

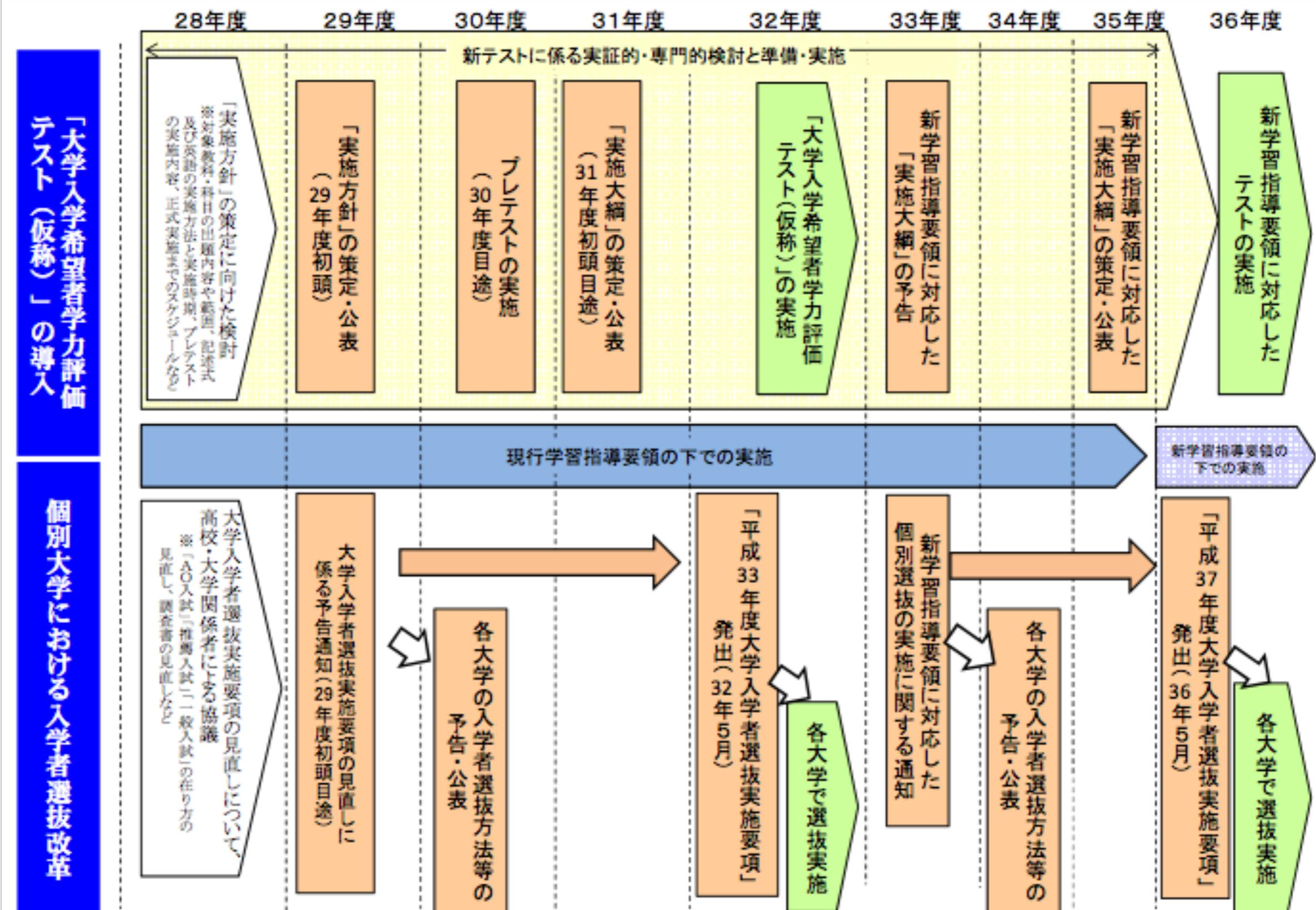
# 改革の概要（大学入試）

- ・ 個別学力試験の改革  
学力の3要素を新テスト、記述式個別学力試験、高校時代の学習・活動歴、大学入学希望理由書・学修計画書、面接・ディベート・集団討論・プレゼンテーションなどで評価
- ・ 高等学校基礎学力テスト（仮称）の導入（但し、新学習指導要領の生徒が大学入試を受ける平成36年度までは入試には使わない）
- ・ センター試験を「大学入学希望者学力評価テスト（仮称）」（以下、新テスト）に改革。平成32年度導入

# 新テスト（数学関係中心）

- ・「数学と理科の知識や技能を総合的に活用して主体的な探究活動を行う新たな選択科目」（数理探究（仮称））の出題
- ・数学、理科については、知識・技能に関する判定機能に加え、例えば、事象の中から本質的な情報を見いだし、構造化し、解決する力など、思考力・判断力・表現力を構成する諸能力に関する判定機能を強化する。
- ・記述式問題の導入（作問と結果表示）
  - ・「条件付記述式」を中心に作問、対象教科は「国語」「数学」とし、「国語」を優先
  - ・平成32年度～35年度までは、短文記述式の問題を導入、平成36年度以降はより文字数の多い記述式の問題を導入
  - ・結果の表示については、段階別表示

### 【具体的方策】3. 大学入学者選抜改革



# 中等教育段階の数学教育の現状

# 中等教育との接続

- 義務教育段階の我が国の算数・数学教育  
TIMSS、PISAの国際調査の結果からも「学力」(知識・技能)の点での問題点は少ないと考えられる。  
TIMSS2011・・・小学校4年生の算数問題、中学校2年生の数学問題の得点は平均点でともに調査国中5位（全42か国／地域）  
PISA2012・・・数学的リテラシー平均得点では7位（全65か国）
- 一方、TIMSS2011で「数学を使うことが含まれる職業につきたいかどうかについて」（中学2年生のみ対象）に「強くそう思う」と答えた日本の生徒は4.3%（国際平均21.9%）、「そう思う」と答えた生徒は13.6%（国際平均 29.7%）でいずれも最下位。

- PISA2012では数学的道具的動機付け指標（「将来につきたい仕事に役立ちそうだから、数学はがんばる価値がある」等の質問項目群）に対して、「まったくその通りだ」「その通りだ」と答えた生徒の割合は参加国中下から2番目
- 数学が「社会で必要である、役に立っている」、「将来の職業も含めて人生で必要かもしれない」という認識が日本の児童・生徒には希薄では？
- 数学を勉強するのは、入試に必要だからであり、入試を終えたあとは数学を学ぶ動機付けは失われる？
- 高校段階では「学力」の点でも問題が顕在化する。

# 高校段階での課題

- 必履修科目は「数学I」（3単位）センター試験では「数学I・A」を受験  
数学Iの内容：「数と式」「図形と計量」「二次関数」「データの分析」  
数学Aの内容：「場合の数と確率」「整数の性質」「図形の性質」
- 私学文系クラスだと数学I・Aの履修で終わってしまい、「数列」「ベクトル」（数学B）「指数関数・対数関数」（数学II）について高校で学ばない可能性が高い。
- 「預貯金やローンなどの仕組みは、等比数列や指数関数についての知識等がなければ理解しにくい」（学習指導要領解説）また、マグニチュード、デシベル、pHといった日常的に重要な単位も対数関数を知らずには理解できない
- 数学活用を使っている高校は数学Iのわずか2%  
大学入試に関係するものしか勉強しないという実態

- 新指導要領での高等学校数学科の目標は「数学的活動を通して、数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め、事象を数学的に考察し表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。

| 教科    | 採択冊数      | 数学Iに対する割合 |
|-------|-----------|-----------|
| 数学 I  | 1,269,826 | 100.00%   |
| 数学A   | 1,060,781 | 83.54%    |
| 数学 II | 990,112   | 77.97%    |
| 数学B   | 630,257   | 49.63%    |
| 数学III | 269,584   | 21.23%    |
| 数学活用  | 25,648    | 2.02%     |

表 1 2014年度高校数学教科書採択状況

- 裏返せば大学入試問題においても数学活用で扱われているような内容の出題がないPISA型学力と言われて久しいが、大学入試の中で現実の問題を数学化の段階も含めて問う問題はほとんど出題されていない。
- 表1からは、数学Bの履修が半数以下。さらに、センター試験の数学II・Bの受験者数、3教科以下の受験者数等から判断すると、私学文系では社会科学系も含めて数学I・Aの履修のみを前提とせざるを得ない状況である。
- 進路選択に伴う課題がある。高校では、1年生で数学I・数学Aを履修したのち、2年生に進級する際に文系・理系の選択をするが、ここで文系の選択をすると数学IIIを学ぶ機会が失われることになる。私学文系を選択すればさらに、入試科目として数学II、数学Bを避けることが可能
- PISAの質問紙調査の結果から分かるように、数学を分かることが楽しいと思っている生徒は少なく、できれば数学を勉強したくないと思う状況で進路選択を余儀なくされる生徒の割合は高い。したがって、大学入試のために数学を勉強するという以外のモチベーションを持つのが難しいのが現実である。

# 大学数学教育の現状

# 学力問題

- 数学についての学力不足の問題は2000年前後から話題に  
「分数のできない大学生」（岡部・戸瀬・西村, 1999）以降、「ゆとり教育」への攻撃が続く（問題はそこだけではなかったはず）
- 大学入試の問題が大きい  
私学では、個別学力試験を受験しない入学生が5割程度まで増加  
国公立でも科目数が減少  
受験生獲得が優先し、入学後の学力の担保がおろそかに
- 極端な学力不足に問題意識が集中  
実際にはもっと多様で複雑な要因が存在  
高校と大学のカリキュラムの接続がないことが問題

# 学習意欲の不足

- 数学を学ぶ意味が分からずの学生
  - 文系の学生は数学は嫌いでやりたくない  
数学をやらなくていいから文系を選んだ  
どうして、大学に来てまで数学をやるのか
  - 理系の学生も一部を除くと、入試のために数学を勉強した  
数学が好き=数学の問題が解ける=解法パターンが暗記できる  
数学自体の理解ではなく問題が解けることが重要  
何のために学ぶのか、社会との接続という点では理系でも問題がある
- 数学を学ぶモチベーションをどう持たせるか

- ・大学ではこの状況はより悪化
- ・文系の学生には、数学的リテラシーを身に付ける科目はあったとしても教養科目として提供され、受講する学生はごく一部。しかも、こういった科目は開講数も少ない。
- ・大学の1年次の共通教育としての数学教育は、「専門教育」「専門基礎教育」「教養教育」としての役割があり、学力不足の問題もあって理系の専門基礎教育としての数学教育に关心が集まる（特色GP「大学初年次の数学教育の再構築」（H19～H21）のときは、講演者もその关心しかなかった）
- ・学士課程で（学士としての）数学的リテラシーを身に付けて社会に出て良いのか？（答えはほとんどの人がNoであろう）

# 大学教育学会課題研究 全国調査結果（H26）

| 全学の教育目標に数学的リテラシーに関する教育目標が位置づけられていますか |    |          |           |        |         |       |
|--------------------------------------|----|----------|-----------|--------|---------|-------|
|                                      |    | 全くそう思わない | あまりそう思わない | まあそう思う | とてもそう思う | 合計    |
| 国立                                   | 度数 | 8        | 16        | 10     |         | 34    |
|                                      | %  | 23.5     | 47.1      | 29.4   |         | 100.0 |
| 公立                                   | 度数 | 10       | 12        | 2      |         | 24    |
|                                      | %  | 41.7     | 50.0      | 8.3    |         | 100.0 |
| 私立                                   | 度数 | 37       | 61        | 19     | 3       | 120   |
|                                      | %  | 30.8     | 50.8      | 15.8   | 2.5     | 100.0 |
| 短大                                   | 度数 | 17       | 16        | 4      |         | 37    |
|                                      | %  | 45.9     | 43.2      | 10.8   |         | 100.0 |
| 合計                                   | 度数 | 72       | 105       | 35     | 3       | 215   |
|                                      | %  | 33.5     | 48.8      | 16.3   | 1.4     | 100.0 |

## 調査結果（2）

専門科目以外(教養系科目等)で「数学的リテラシー」に関する科目を開講していますか

|    |    | はい   | いいえ  | 合計    |
|----|----|------|------|-------|
| 国立 | 度数 | 20   | 14   | 34    |
|    | %  | 58.8 | 41.2 | 100.0 |
| 公立 | 度数 | 12   | 13   | 25    |
|    | %  | 48.0 | 52.0 | 100.0 |
| 私立 | 度数 | 75   | 44   | 119   |
|    | %  | 63.0 | 37.0 | 100.0 |
| 短大 | 度数 | 13   | 25   | 38    |
|    | %  | 34.2 | 65.8 | 100.0 |
| 合計 | 度数 | 120  | 96   | 216   |
|    | %  | 55.6 | 44.4 | 100.0 |

# 調査結果（3）

| 「数学的リテラシー」に関する科目の履修条件 |    |      |      | 自由選択 | 学部・学科<br>により異なる | 合計    |
|-----------------------|----|------|------|------|-----------------|-------|
|                       |    | 必修   | 選択必修 |      |                 |       |
| 国立                    | 度数 | 3    | 7    | 4    | 7               | 21    |
|                       | %  | 14.3 | 33.3 | 19.0 | 33.3            | 100.0 |
| 公立                    | 度数 | 3    | 4    | 6    | 5               | 18    |
|                       | %  | 16.7 | 22.2 | 33.3 | 27.8            | 100.0 |
| 私立                    | 度数 | 9    | 14   | 45   | 21              | 89    |
|                       | %  | 10.1 | 15.7 | 50.6 | 23.6            | 100.0 |
| 短大                    | 度数 | 2    | 2    | 11   | 5               | 20    |
|                       | %  | 10.0 | 10.0 | 55.0 | 25.0            | 100.0 |
| 合計                    | 度数 | 17   | 27   | 66   | 38              | 148   |
|                       | %  | 11.5 | 18.2 | 44.6 | 25.7            | 100.0 |

# 調査結果（4）

「数学的リテラシー」に関する科目の開講科目数(クラス数ではなく科目数をお教えください)。

|        | 度数  | %    |
|--------|-----|------|
| 3科目以下  | 114 | 74.0 |
| 5科目程度  | 28  | 18.2 |
| 10科目程度 | 9   | 5.8  |
| 15科目程度 | 3   | 1.9  |
| 合計     | 154 | 100  |

必修・選択必修の場合の必要単位数

|         | 度数 | %    |
|---------|----|------|
| 2～4単位   | 76 | 87.4 |
| 6～8単位   | 9  | 10.3 |
| 10～12単位 | 1  | 1.1  |
| 14～16単位 | 1  | 1.1  |
| 合計      | 87 | 100  |

ほとんどの大学で  
教育目標として設定されず、授業も行われていない

# 根本的な問題

- 数学者の世界の問題
  - 純粹数学偏重（応用数学、統計学の研究者が少ない）
  - 数学者養成以外の数学教育を受けていない
  - 数学が分からず学生の気持ちが理解できない
- 組織的な取組の必要性
  - 学生に何を身につけてもらうかの視点
  - 施設や体制整備も必要
  - 大学・学部といった組織での数学的リテラシーについての意識の問題

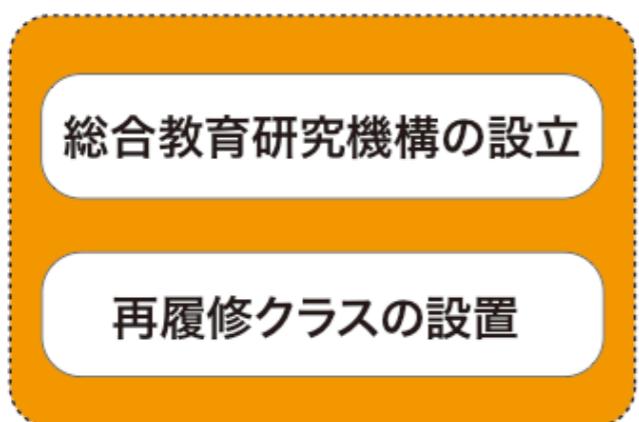
# 大阪府立大学の取り組み

# 理系基礎教育の改革（特色GP）

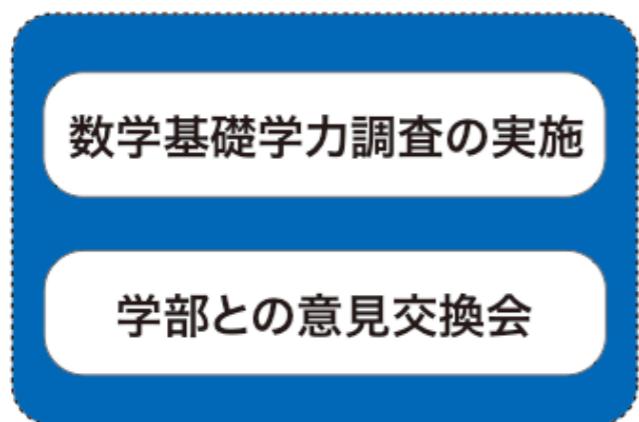
- 特色GP 「大学初年次数学教育の再構築」（H21～23）
- 取組の発端となったのは
  - 受動的な学習態度。
  - 授業時間外学習ほぼ0。
  - 数学は暗記科目。
  - 「答えをください。」
  - 記述式答案が書けない。
- 組織的な改革（統一教科書、質問受付室、Web数学学習システム、・・・）
- 教育方法など最低限の基準が整う

# 取組の概要

組織的な教育体制による  
教育方法・環境の提供



高校・専門との円滑な接続



能動的な学習の支援



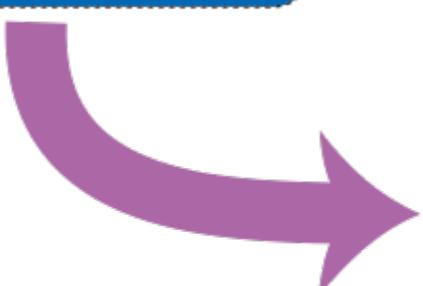
学生

自立学習支援



自習支援

教員



# 質問受付室

- 学生の授業時間外の学習支援
- 質問受付室は講義棟内に用意
- 毎日定まった時間に開室し、教員が交代で詰める
- 答えを教えるのではなく、解く過程を指導



# Web数学学習システム

線形代数計算演習  
Learning College Mathematics by webMathematica

ゲストユーザさん、只今学習中…

トップ | 問題一覧 | 教材の使い方 | 入力方法(ヘルプ) | ログアウト

## 線形代数: 計算ドリル型問題

学習したい問題を選んでクリックしてください。

### ■ 平面・空間ベクトル

| 単元        | 問題   |   |   |
|-----------|--|---|---|
| 空間内の直線・平面 | 空間ベクトルの内積<br>空間ベクトルの直交性<br>2平面の交線<br>平面の方程式(3) | 直線の方程式(1)<br>平面のベクトル方程式<br>平面の方程式(1)<br>平面の方程式とパラメータ表示(1) | 空間ベクトルの長さ<br>平面の方程式とパラメータ表示(2)<br>平面の方程式(2) |
| 平面の1次変換   | 1次変換を表す行列<br>回転変換                              | 正射影<br>1次変換の像   | 対称変換  |
| 空間の1次変換   | 1次変換を表す行列<br>直線に関する対称変換                        | 直線への正射影<br>平面に関する対称変換                                     | 平面への正射影<br>1次変換の像                           |

### ■ 行列と行列式

| 単元      | 問題  |   |                                    |
|---------|---|---|------------------------------------|
| 行列      | 行列の積(1)<br>行列の積(4)                            | 行列の積(2)<br>行列のべき乗                             | 行列の積(3)                            |
| 行列の基本変形 | 行に関する基本変形<br>基本変形と基本行列(2)<br>行に関する階段行列<br>逆行列 | 列に関する基本変形<br>列に関する掃き出し<br>列に関する階段行列<br>被約階段行列 | 基本変形と基本行列(1)<br>行に関する掃き出し<br>行列の階数 |
| 連立1次方程式 | 連立1次方程式(初步)<br>連立1次方程式(5元)                    | 連立1次方程式(3元)<br>齊次連立1次方程式(3元)                  | 連立1次方程式(4元)<br>齊次連立1次方程式(4元)       |
| 行列式     | 行列式(初步)<br>行列式(5次)<br>行列式(文字入)                | 行列式(3次)<br>行列式の展開(1)<br>行列式(関数成分)             | 行列式(4次)<br>行列式の展開(2)               |

- 授業時間外の学習環境(e-learning)の提供
- 数式処理システムと連動
- 入力を解析してメッセージを切替表示
- 「答えは教えない」システム

## 1次写像の核(2)

4x4行列の定める1次写像

[例題と解説](#)[小問題一覧](#)

### 問1.

次の行列Aに対して,  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ を  $f(x) = Ax$ で定義される1次写像とする. このとき, 1次写像fの核  $\text{Ker } f$ の基底と次元を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

解答欄: 次元は  , 基底は  $\left\{ \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix} \right\}$

基底を構成するベクトルが4個より少ないとときは、余ったベクトルの欄は空欄にすること。

チェック

# 理系科目開講状況調査（2011）

- ・問1. 貴大学の学部名と1学年の定員
- ・問2. 専門基礎科目として開講されている数学関連科目
- ・問3. 専門基礎科目として開講されている理科関連科目
- ・問4. 教養科目として開講されている数学関連科目
- ・問5. 教養科目として開講されている理科関連科目

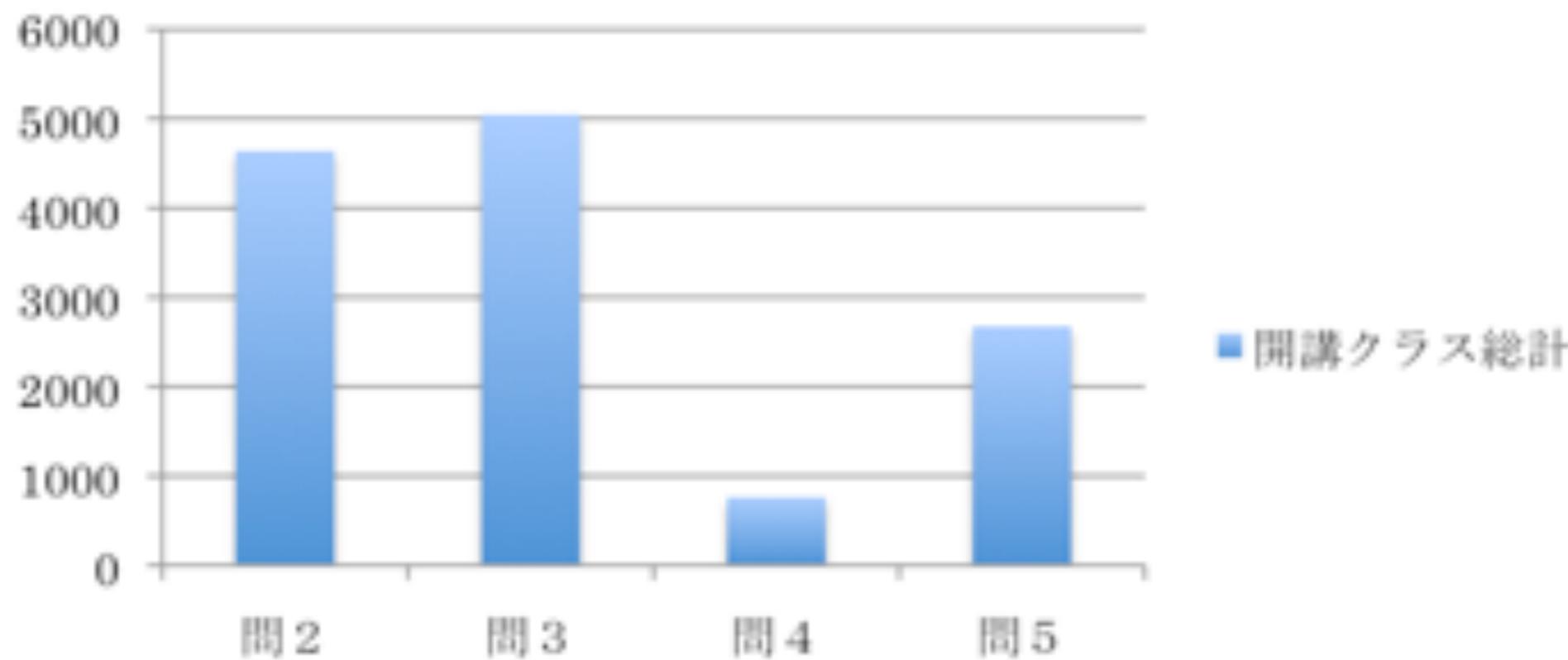
発送先：136大学

回答数：75大学（国立 42校、公立 5校、私立 28校）

回答率：54.4%

特色GP「大学初年次数学教育の再構築」において平成21年度実施

## 開講クラス総計



数学関連の教養科目は極端に少ない

【大学等名】大阪府立大学

【取組名称】学士課程教育における数学力育成 Math for all

### 「数学力」とは

シンボルを用いた  
論理的思考力

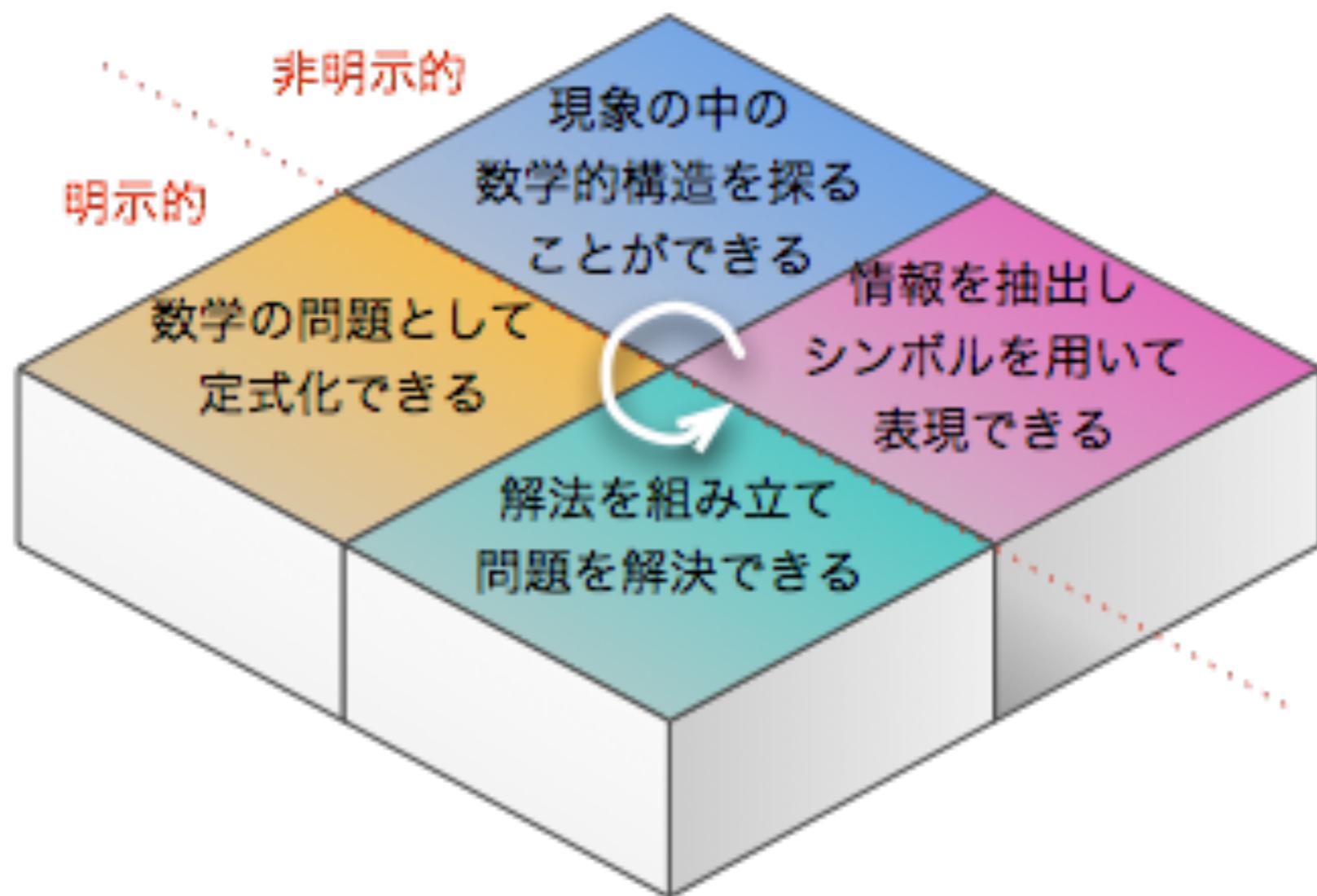
シンボルを用いた  
情報分析能力

シンボルの  
運用能力としての  
計算力や  
プログラム実装力

現象の中に  
数学的構造を  
見抜く力

数学力

| ステップ        | 内容   |
|-------------|--|
| 1. シンボルへの翻訳 | 情報を抽出してシンボルを用いて表現できる。（ここでのシンボルは表、グラフ等の数式以前のシンボル） |
| 2. シンボルの解釈  | 現象の中の数学的構造を探ることができます。（シンボルで表された現象の構造についての解釈）     |
| 3. 数学的定式化   | 数学の問題として定式化できる。（数式で表す）                           |
| 4. 問題解決     | 解法を組み立て問題を解決できる。                                 |



# 文系向け数学科目 (H24年度～)

- 文系部局からの要請に応える形で実現。
- 対象：現代システム科学域
  - マネジメント学類、環境システム学類、知識情報システム学類
- 基礎数学I, II (4クラス開講)
  - Iは文系型入試の学類の学生は必修 (2012年度300名)
  - IIはマネジメント学類のみ必修 (2012年度244名)
- 統計学基礎I, II (5クラス開講)
  - 全員必修

# 大学で身につけてほしいこと。

- 数学を用いて説明された内容を理解する力。
- 数学を用いてものごとを説明する力。
- 問題や現象の中の数学的構造を見出し、数学的に考察・分析する力。
- 数学的にものごとを捉えようとする態度。

# 学生の数学に対するイメージ

- 数学は受験科目
- 数学は役に立たない
- 将来使わない(+−×÷だけで生きていける)
- 数学は暗記科目
- 数学は無味乾燥(学ぶ内容に親しみがもてない)
- 意味が分からず公式を覚えて計算していただけ
- わけが分からまま進んでいく
- 先生のことばが分からぬ

# 文系向け数学科目（基礎数学）の授業開発

- 数学者だけでは難しい。
- 数学の内容の専門家（数学者）と、数学の授業のどこが分かりにくいかが分かる専門家（認知心理学者）の共同作業で作成。

# 文系学生の数学に対する苦手意識の要因

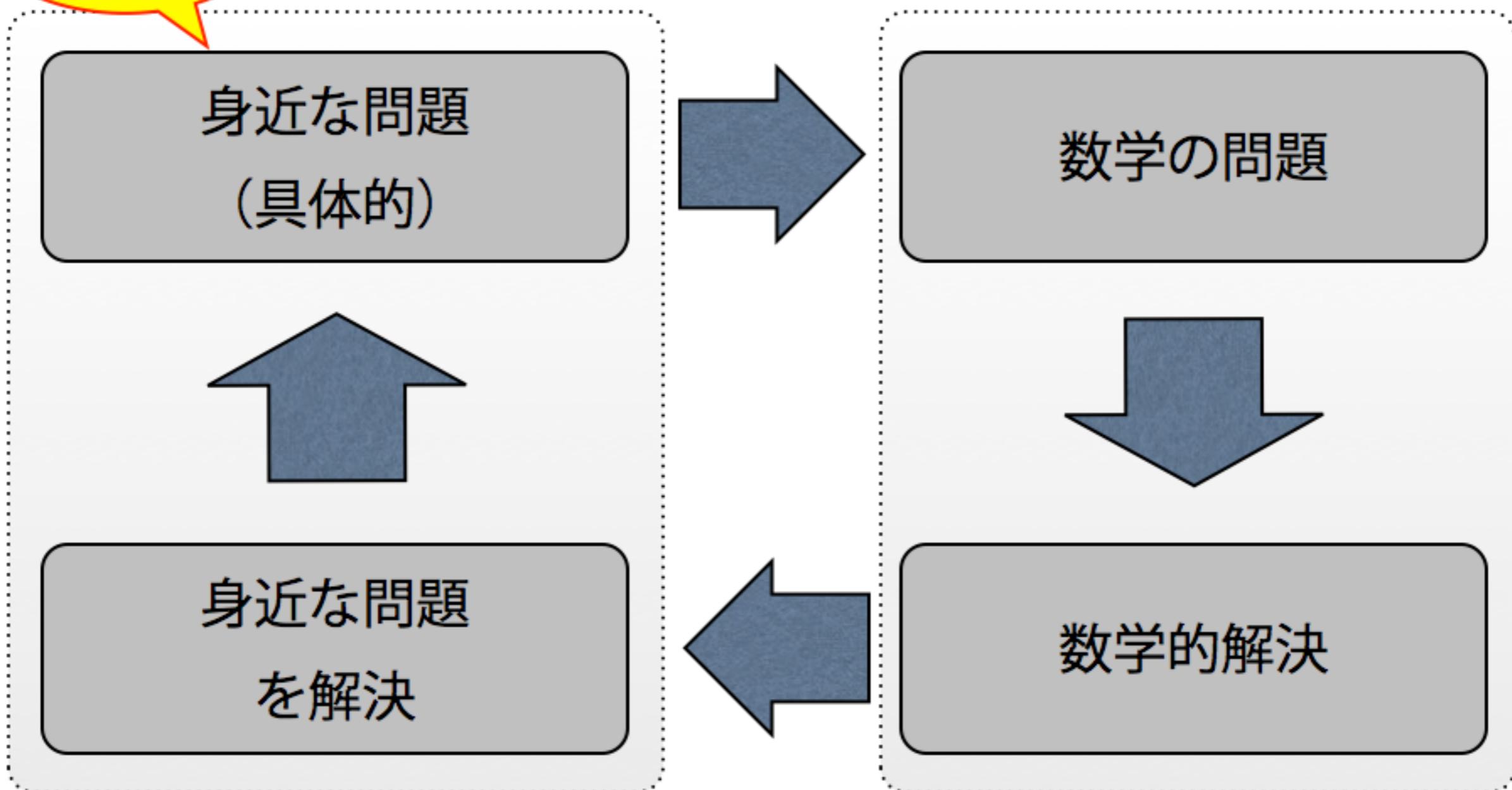
- 現実との乖離
- 数学のことばの障壁
- 意味の理解を伴わない手続きの学習

# 現実から乖離した数学からの脱却

- 日常的・現実的な文脈の中で数学を用いる活動を充実
  - 数学が現実的問題・日常的問題の解決に活用できることを知ることは重要。(数学の有用性の認識)
  - 学習の促進には、実世界での問題の性質を反映した環境での課題の実行や問題解決が大事。(状況に埋め込まれた学習)
  - 現実的問題・日常的問題の解決に数学を活用する力を身につけることは重要。(数学の活用力の育成)

ここから  
スタート！

# 基礎数学I, IIの授業展開



## 現實世界

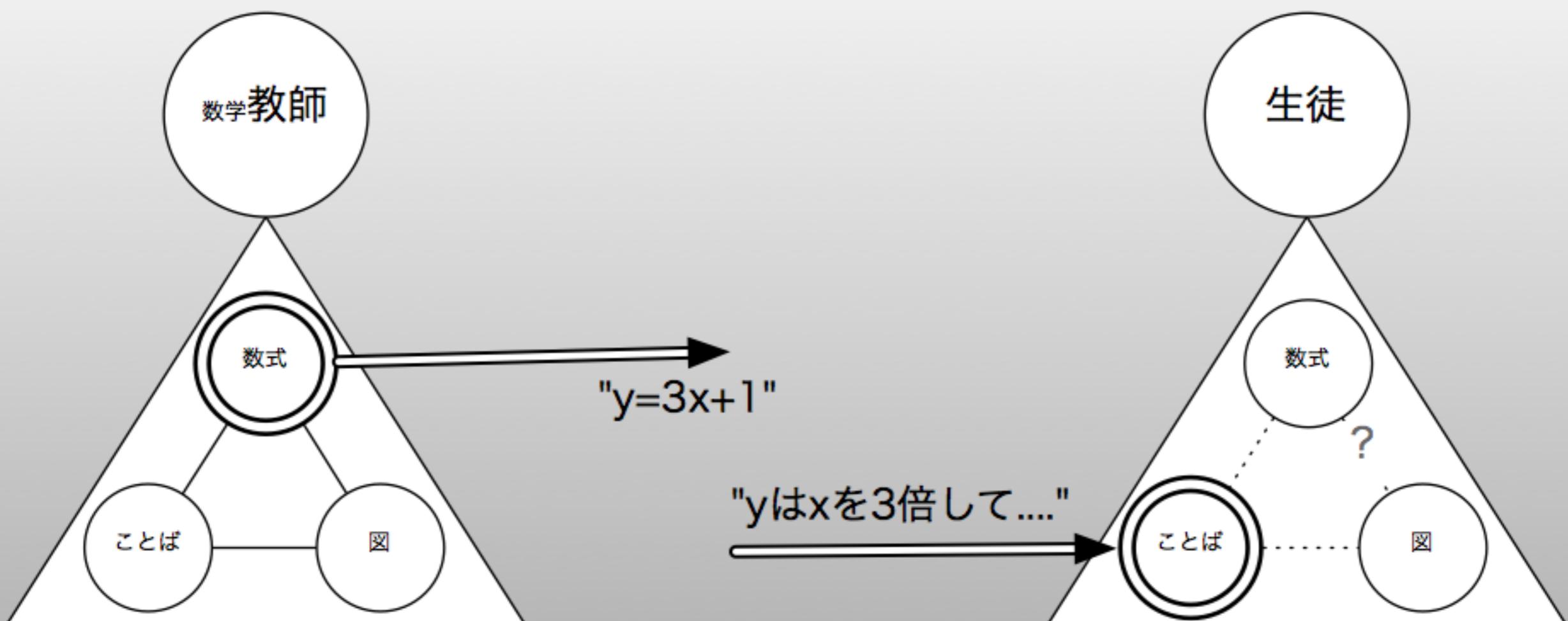
## 数学

# 題材の選び方

- 学生が自分の問題として捉えられる問題を扱うようにする。
- なるべく現実のデータを使うようする。
- 異なる文脈で同じ数学的構造をもつ問題を複数扱うようする。(数学を用いれば文脈の違いを超えて様々な問題を統一的に扱えることを理解させる。)
- 同じ問題・現象を異なる数学でとらえることも重要。

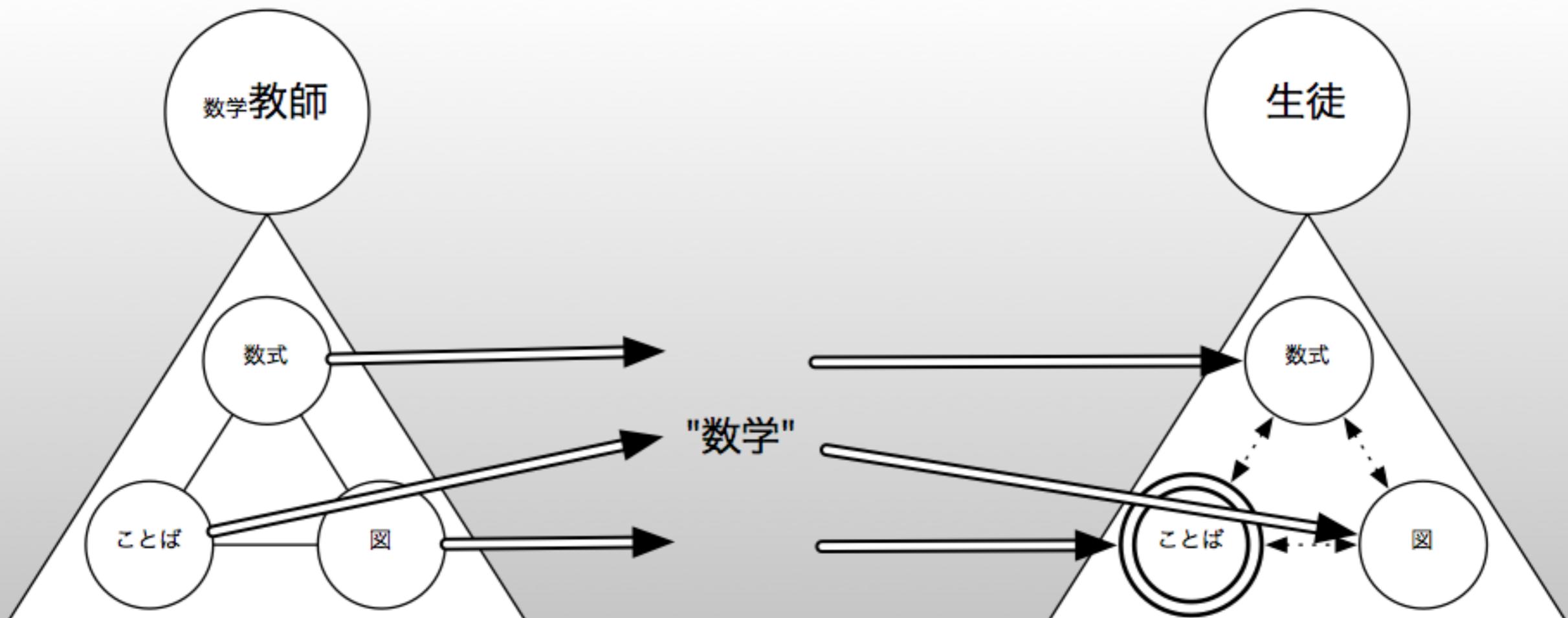
# 数学のことばの障壁

## 教師と生徒の会話モードのずれ



(岡本真彦, 2011)

# 会話モードのずれへの対応



- 教員は3つのモードすべてを使って説明。
- 学生が3つのモード間を結びつけられるような学習活動を取り入れる。

(岡本, 2011)

## 手続き学習からの脱却

- 教員の「ことば」の改善とともに、授業の流れを、数学の論理的構造ではなく、学習者の理解過程に沿ったものにすることが重要。

# 授業の概要と目標

## 基礎数学I, II(各半期1コマ)

数学が実際の場面でどのように役に立ち、また応用されているかの事例を通して、社会科学分野で必要となる数学についての基礎的理解を深めるとともに、社会科学分野で数学を応用できる基礎的な力を養う。

### ● 授業目標

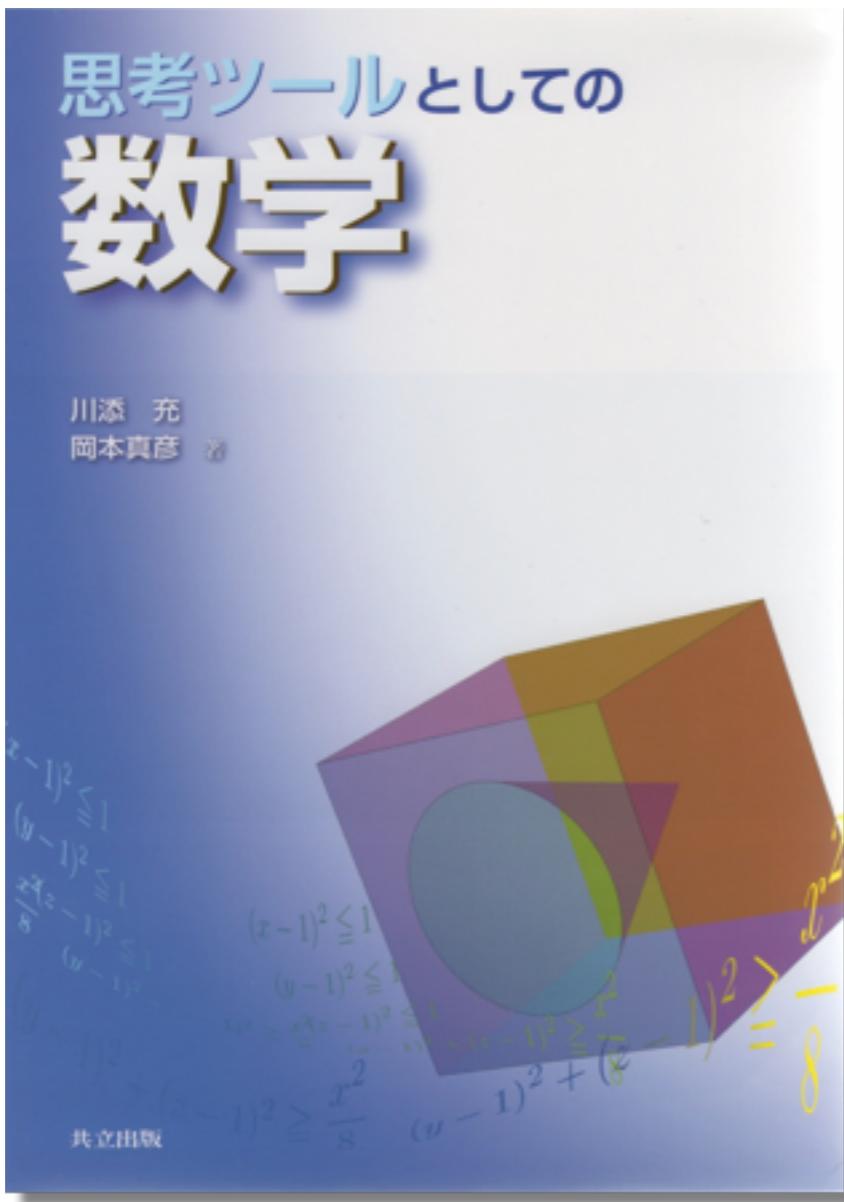
- 現実世界の問題を数学でモデル化して解決していくことを通して、数学で考えることの重要性を理解する。
- 問題解決に用いられる数学の内容に対する理解を深めるとともに、数学的手続きを実行できる基礎的な数学の力を高める。
- 現実世界の問題を数学を用いて解決する力を身につける。
- 現実世界において、数学を活用して思考しようとする態度を養う。

**数学を思考ツールとして用いる力の養成**

## 指導のポイント

- (1) 現実の問題を題材にして親しみを持たせる。
- (2) 学生が理解できる「ことば」で伝える。
- (3) 学生の数学的表現に対するイメージを豊富にするための基礎演習を行う。
- (4) (3)の基礎練習は、(1), (2)で意味を理解した後で行う。
- (5) 演習中心の授業にする。
- (6) 授業の流れは、学生の理解過程に沿ったものにする。
- (7) 手続きの説明に陥らない。数学的手法の意味のわかる指導を。必要以上に背景の数学理論に踏み込まない。
- (8) グループでの活動を取り入れる。

# 教科書



川添 充 (専門=数学)  
岡本真彦 (専門=心理学)

現実的な問題

数学的な解決  
の解説

数学的なまとめ

数学的なことばを既知としない記述  
数学的内容としては高校数学から大学初年次程度  
工学, 物理, 化学など理系に特化した応用例は避ける  
分野バランスを考えて, 経済・経営ネタに偏らないよう配慮

| 単元    | 応用例(演習内容)   |
|-------|---|
| 文字と式  | 線形計画法   |
| 数列    | 薬の体内残量、複利計算、ローン、現金の時間的価値                          |
| 行列    | 表計算、人口移動、社会ネットワーク分析                               |
| 関数    | 心的回転、生産関数、感染爆発と対数グラフ                              |
| 確率    | 宝くじ、リスク分析、ベイズ推定                                   |
| 行列(続) | 格付遷移行列、推移行列(生態系、経済)、主成分分析                         |
| 関数(続) | ムーアの法則、電力需要の変動、潮位変動                               |
| 微分    | コブ・ダグラスの生産関数、ニュートンの冷却法則、<br>限界利潤、経済的発注量、ロジスティック曲線 |
| 積分    | 速度変化と走行距離、標準正規分布、偏差値                              |
| 多変数関数 | 標準肺活量、住宅ローンの総返済額                                  |

# 授業例（1）

**問題** 1000万円を年利2.4%複利(月利に換算すると0.2%)で借りたとする. 月々5万円ずつ元利均等返済で返済していく場合, 完全に返済が終わるまで何ヶ月かかるだろうか. また, 完済までに支払う金額の総額はいくらになるだろうか.

## グループディスカッション



## 予測

結果を予測する



## 演習

実際にどうなるか調べてみる



## 演習

月々の返済額を変えて調べてみる



## 考察

考察とまとめ

## 授業例（2）

### 学内レンタルサイクルサービス

- 2カ所の駐輪場間で相互乗り捨て可能
- 利用希望調査結果

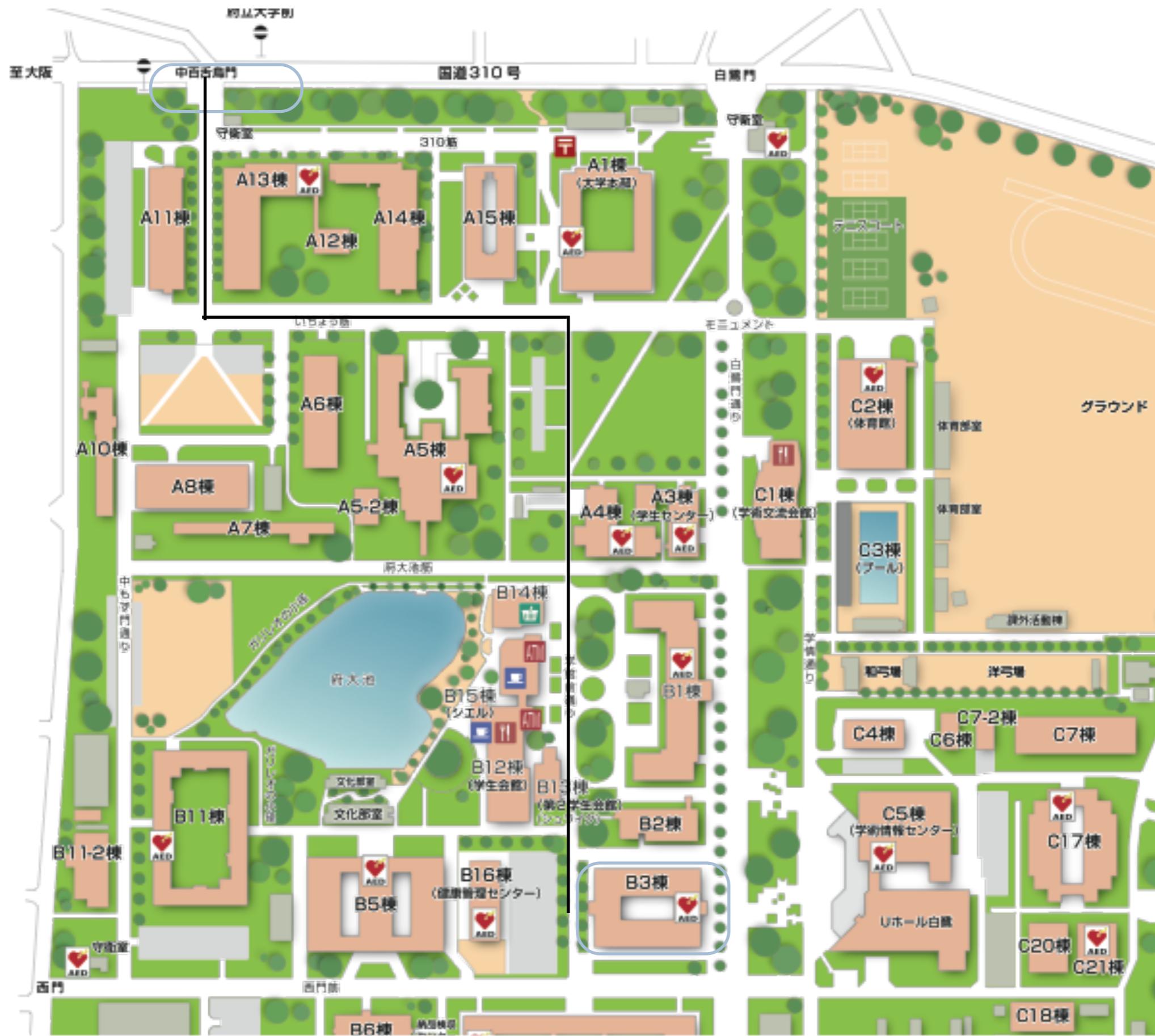
|        |        | 返す場所 |
|--------|--------|------|
| 借りる場所  | 中百舌鳥門前 | B3棟前 |
| 中百舌鳥門前 | 70%    | 30%  |
| B3棟前   | 20%    | 80%  |

300台の自転車をどう配分したらよいか？

中百舌鳥門に多く

B3棟前に多く

同じくらいに



## 授業例（2）：授業の流れ

### グループディスカッション



### 発表

理由もいってもらう



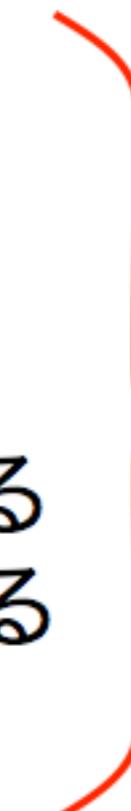
### 演習

具体的な配分を考えてどうなるか調べる  
結果を方眼紙に記入し視覚的にとらえる



### 解説

固有値・固有ベクトルの紹介



90分

### 演習



### 解説

方眼紙を使った演習  
固有ベクトルの和に分解することで、台数の動きを調べることができることを理解する



### 演習

定常状態を求める演習



90分

# 現実のデータを使う（推移行列）

オオタカの世代間推移

|         | 比率 (%) |
|---------|--------|
| 亜成鳥→亜成鳥 | 33.3   |
| 亜成鳥→成鳥  | 16.7   |
| 成鳥→亜成鳥  | 73.0   |
| 成鳥→成鳥   | 85.7   |

(青島正和, 2007)

グリーンアノールの経年生存率

| 成長段階      | 生存率 (%) |
|-----------|---------|
| 卵から 1 歳   | 10.35   |
| 1 歳から 2 歳 | 44.17   |
| 2 歳から 3 歳 | 32.97   |
| 3 歳から 4 歳 | 33.33   |
| 4 歳から 5 歳 | 34.00   |

(戸田光彦ほか, 2009)

# 現実のデータを使う(対数グラフ)

表: 感染の疑いがある家畜の累積頭数の推移

| 日    | 1    | 2    | 3     | 4     | 5     | 6     |
|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 累積頭数 | 16   | 202  | 266   | 386   | 386   | 1111  |
| 日    | 7    | 8    | 9     | 10    | 11    | 12    |
| 累積頭数 | 1111 | 1111 | 1874  | 1924  | 3397  | 7279  |
| 日    | 13   | 14   | 15    | 16    | 17    | 18    |
| 累積頭数 | 8037 | 8077 | 27701 | 34228 | 46537 | 63808 |

(農林水産省「口蹄疫の疫学調査に係る中間取りまとめ」掲載データから作成)

表: 新型インフルエンザの累積感染数の推移 (6月1日～6月24日)

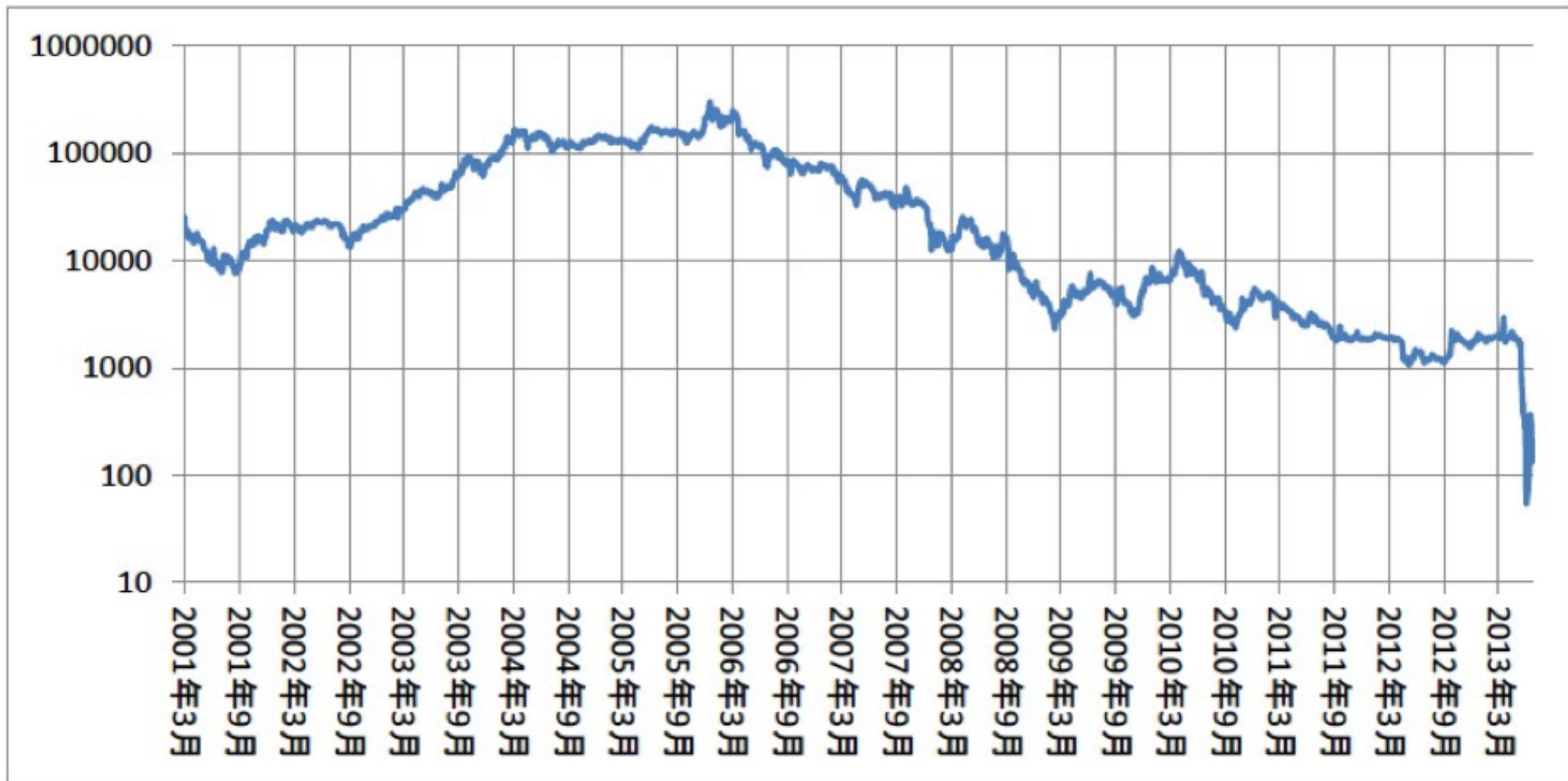
| 日   | 1     | 3     | 5     | 8     | 10    | 11    |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 累積数 | 17410 | 19273 | 21940 | 25288 | 27737 | 28774 |
| 日   | 12    | 15    | 17    | 19    | 22    | 24    |
| 累積数 | 29669 | 35928 | 39620 | 44287 | 52160 | 55867 |

(WHO ホームページ記載のデータから作成)

感染数は指数関数的に増加しているか？

指数関数的増加なら、どんな指数関数になるか？

# 現実のデータを使う(対数グラフ)



JASDAQ市場に上場されているゲーム関連のある企業の株価の推移  
2001年3月29日～2013年7月18日(単位：円)

# 現実のデータを使う(三角関数)

表: 1 時間ごとの電力の使用実績 (単位:万 kW, 東京電力ホームページより)

2010 年 8 月 23 日

| 時刻 | 0:00  | 1:00  | 2:00  | 3:00  | 4:00  | 5:00  | 6:00  | 7:00  |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 実績 | 3376  | 3131  | 2965  | 2886  | 2861  | 2895  | 3218  | 3813  |
| 時刻 | 8:00  | 9:00  | 10:00 | 11:00 | 12:00 | 13:00 | 14:00 | 15:00 |
| 実績 | 4635  | 5316  | 5619  | 5778  | 5683  | 5818  | 5888  | 5797  |
| 時刻 | 16:00 | 17:00 | 18:00 | 19:00 | 20:00 | 21:00 | 22:00 | 23:00 |
| 実績 | 5739  | 5493  | 5449  | 5313  | 5000  | 4700  | 4482  | 4125  |

2010 年 8 月 24 日

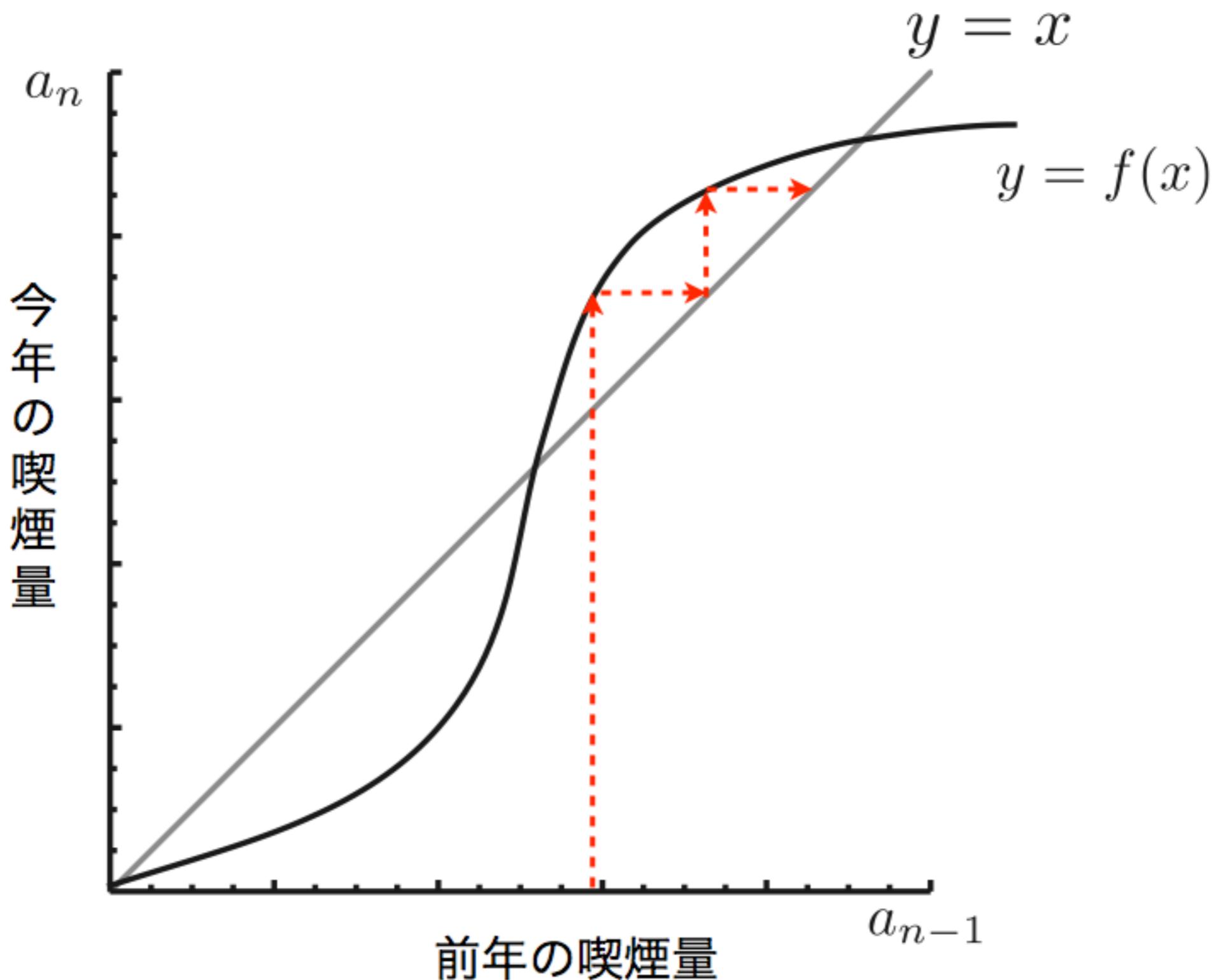
| 時刻 | 0:00  | 1:00  | 2:00  | 3:00  | 4:00  | 5:00  | 6:00  | 7:00  |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 実績 | 3709  | 3433  | 3249  | 3138  | 3104  | 3109  | 3378  | 3901  |
| 時刻 | 8:00  | 9:00  | 10:00 | 11:00 | 12:00 | 13:00 | 14:00 | 15:00 |
| 実績 | 4686  | 5338  | 5633  | 5790  | 5685  | 5819  | 5854  | 5770  |
| 時刻 | 16:00 | 17:00 | 18:00 | 19:00 | 20:00 | 21:00 | 22:00 | 23:00 |
| 実績 | 5712  | 5462  | 5429  | 5235  | 4892  | 4588  | 4384  | 4056  |

各時刻のデータは、その時刻から 1 時間の間の平均電力需要を表す。

電力需要の増加速度のピークはいつ？

2日間の電力需要の総計は？

# 現実に用いられるモデル (ベッカーの依存症モデル)



# 条件付き確率とベイズ推定

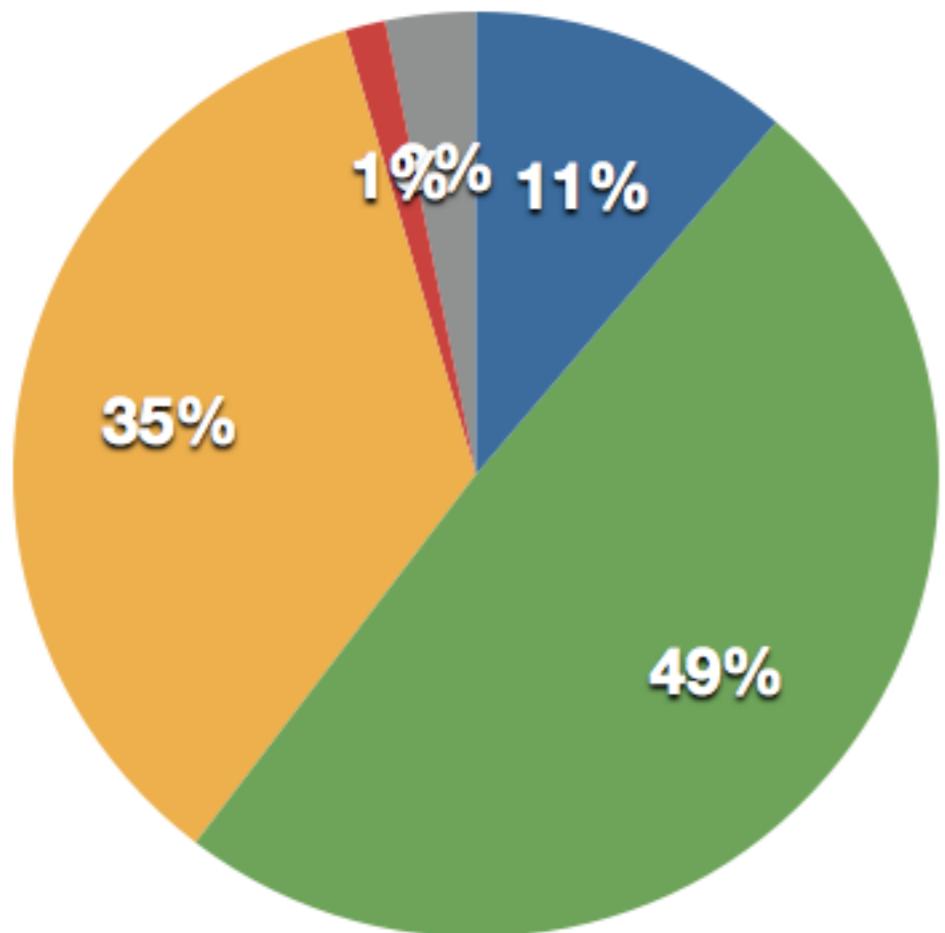
**問題** 1000人に1人の割合でかかる病気があり、この病気に対して99%正しく判定する検査を受けたところ陽性になってしまった。

- (1) この検査は99%正しいので自分は病気には違いない、と考えることはどれくらいもっともらしいだろうか？
- (2) 再検査を受けたら再び陽性になった。実際に病気である可能性はどれくらいだろうか。

# 学生の反応

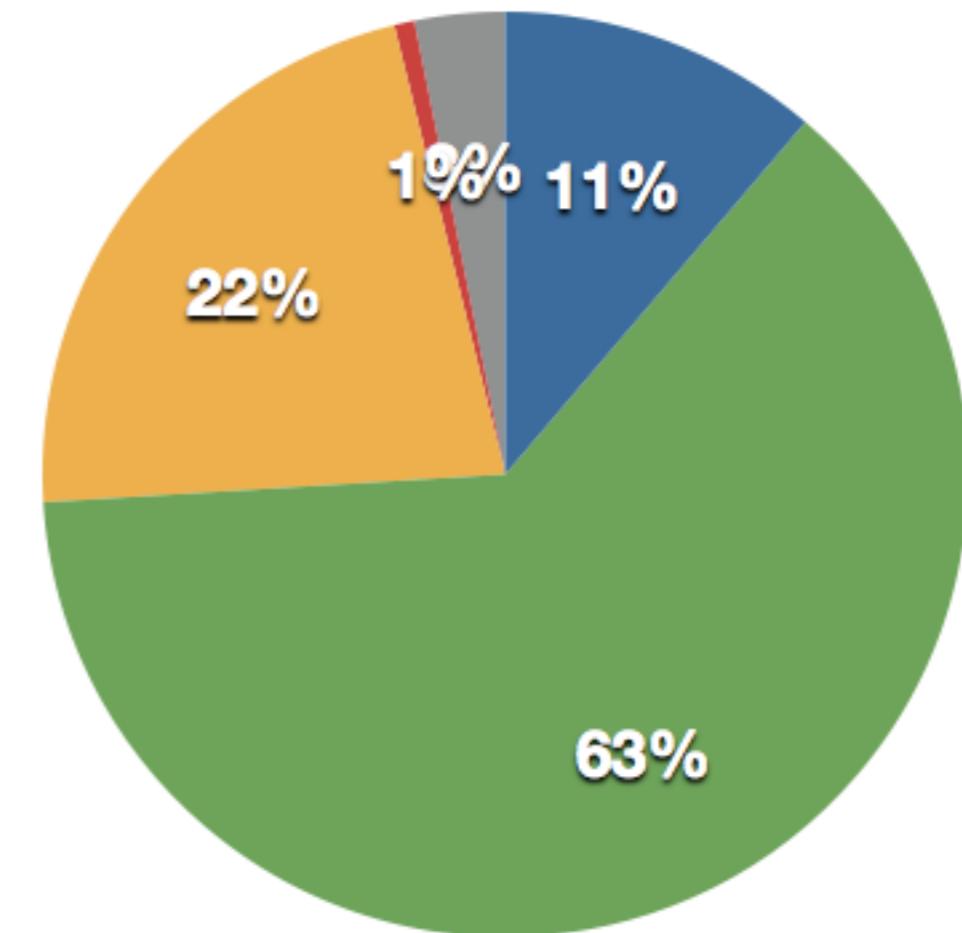
# H24前期終了時のアンケート

数学に対する興味・関心はどうなりましたか？ 数学を用いて考える力はどうなったと思いますか？



- 非常に高まった
- 変わらない
- 非常に低くなかった

- 高まった
- 低くなかった
- 無回答

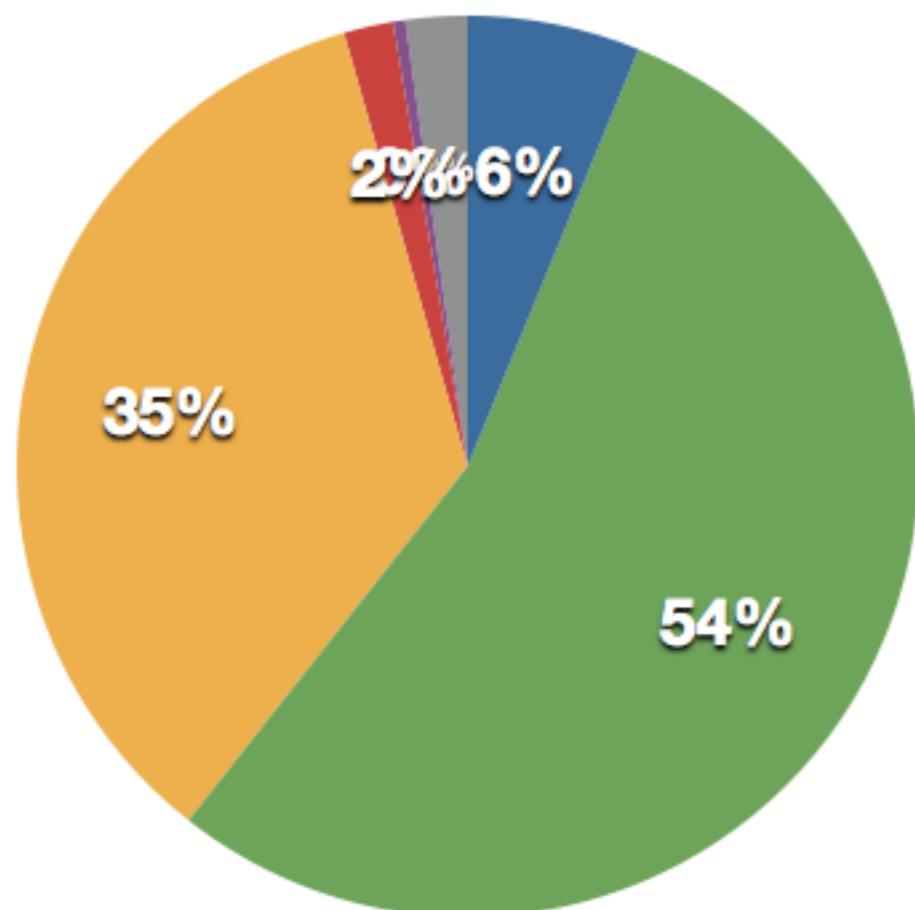


- 非常に上がった
- 上がった
- 変わらない
- 下がった
- 無回答

N=285

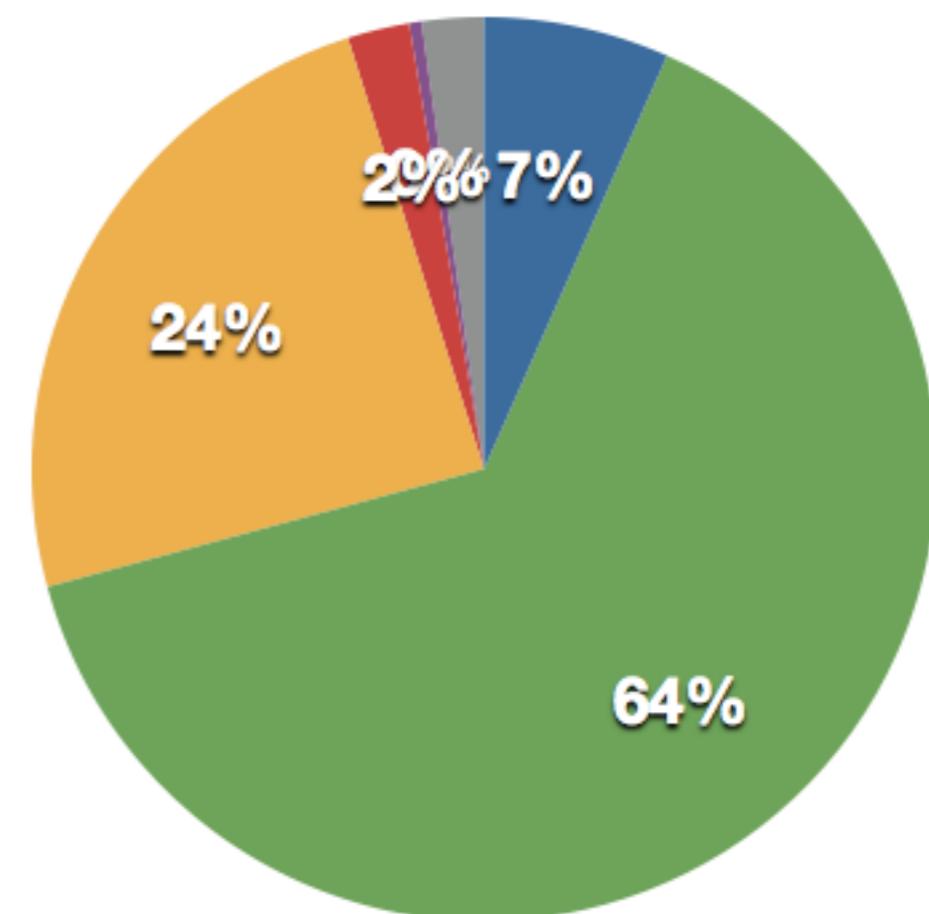
# H24後期終了時のアンケート

数学に対する興味・関心はどうなりましたか？ 数学を用いて考える力はどうなったと思いますか？



- 非常に高まった
- 変わらない
- 非常に低くなった

- 高まった
- 低くなった
- 無回答



- 非常に上がった
- 変わらない
- 非常に下がった

- 上がった
- 下がった
- 無回答

N=226

## 学生の声(H24各回のコメントから)

- 私はこんな数学がやりかったんだ！と思いました。
- 数学がひとつの独立した教科じゃなくて、他のことにも使えることを実感しました。
- 数学というものは、いろいろな場面で役に立つか、と、文系の人間である私なりに感動した授業でした。
- 数学分かってきた。たのしーい。
- 数学ってすごいなと純粋に思った。

## 学生の声(H24学期末のコメントから)

- 高校まではとりあえず解き方を教えてもらってひたすら問題を解いていただけで、何の役に立つのだろうと考えていた。しかし、この授業をうけてから、数学の見方が変わった。実際に利用され、社会の役に立っていることを知って、また自分で活用することができて楽しく数学をすることができた。
- 文系出身なので、すごく数学には苦手意識があったんですけど、こんな風に身の回りに数学が使えるんだな、と分かってすごく親近感がわいた。こういう授業は数学苦手な人にはすごくありがとうございます。
- 生活の中で数学を使って考えられるきっかけになったと思いました。

# まとめ

- 高校と大学のそれぞれの段階で数学的リテラシーを身に付ける必要がある
- 本学の取組は他大学でも活用して欲しい
- 現行の大学入試はそれを阻害しており、大学入試は変えるべきだが、簡単なことではない。（失敗は許されない）
- 高校と大学の教育が接続していない（相互理解も不十分）
- 大学では組織的な教育体制（内容、方法）が必要（できていない）
- データが溢れる社会に生きていくための知恵（数学的リテラシー）を全ての学生に（今回はあまり触れなかつたが統計教育が重要！）

# 参考文献

- ・岡部恒治, 戸瀬信之, 西村和雄編、分数ができない大学生, 東洋経済新報社、1999.
- ・科学技術の智プロジェクト、数理科学専門部会報告書、2008.
- ・川添充, 岡本真彦, 高橋哲也、線形代数の教授内容の関連性と指導のポイントに関する考察, 日本認知科学会, 2011年度日本認知科学会第28回大会発表論文集, 328-334, 2011.
- ・川添充, 岡本真彦、思考ツールとしての数学、共立出版、2012.
- ・日本学術会議数理科学委員会、報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参考基準 数理科学分野、2013.
- ・国立教育政策研究所編、算数・数学教育の国際比較 国際数学・理科教育動向調査の2011年調査報告書、明石書店、2013.
- ・国立教育政策研究所編、生きるための知識と技能 5 OECD生徒の学習到達度調査(PISA) 2012年調査国際結果報告書、明石書店、2013.
- ・川添充, 岡本真彦、数学を思考ツールとして用いる力を身につける授業の設計とその実践、日本数学教育学会誌第95巻臨時増刊第95回大会特集号(山梨大会), p.459. 2013.
- ・高橋哲也、学士課程教育における数学的リテラシーの考え方について、大学教育学会誌 37(1), 39-44, 2015.
- ・高大接続システム改革会議、最終報告、2016.
- ・日本学術会議数理科学委員会、提言 初等中等教育における算数・数学教育の改善についての提言、2016.